

# MATHEMATISCH VOORSPELLINGSMODEL VAN WASDEBIETEN OP DE BELGISCHE MAAS

## Deel 1 : stochastische neerslag-afvoer modellen

D. VAN ERDEGHEM (\*)  
 P.A. TROCH, F.P. DE TROCH  
 Laboratorium voor Hydrologie,  
 Cultuurtechniek  
 en Agrarische Waterbouwkunde  
 Universiteit Gent  
 \* nu: Ingenieursbureau Soresma N.V.

### REAL-TIME FLOOD FORECASTING MODEL OF THE BELGIAN PART OF THE RIVER MEUSE PART 1: STOCHASTIC RAINFALL-RUNOFF MODELS

*In 1986, the Service for Hydrological Studies (DiHO) of the Belgian Ministry of Public Works in co-operation with the Laboratory of Hydrology and Water Management of the University of Ghent started the development of a real-time flood forecasting model for the River Meuse in Belgium. In May 1990, the model was implemented on the system computer of DiHO. Since then the model is used to forecast flood events on the River Meuse and its tributaries.*

*The flood forecasting model was developed in three phases. In a first phase rainfall-runoff models were calibrated for the main subcatchments of the river. These hydrological models forecast discharges at the outlet of the subcatchment, based on real-time measurements of rainfall and water level. A stochastic transfer function noise modelling approach was found to yield reliable operational forecast. In a second phase a hydraulic flood-routing model for the main branch of the river, between Chooz and Maaseik, was developed. In order to model part of the tributary river Sambre as well, a branched network was chosen for repre-*

*sentation of the system. The implementation of the forecasting model on the computer system of DiHO took place during the third and last phase. A central computer controls the real-time data acquisition network, which gathers hydrological and meteorological information about the drainage basin of the River Meuse. This information is used by the forecasting model to produce short term forecasts (up to 12 hours) of the discharge of the River Meuse and its tributaries.*

*In a series of three papers theoretical backgrounds and off-line and on-line results of the forecasting model are discussed. In this paper the methodology used for calibration of the rainfall-runoff models is presented. The dynamic relationship between rainfall and runoff is described by means of a linear black-box model, viz. the stochastic transfer function noise model or Box-Jenkins model. Calibration and verification of the hydrological models are based on a set of historical flood events. It was found that forecasting efficiency could be increased through on-line identification. Results of a robust adaptive modelling technique are presented.*

## 1. INLEIDING

In 1986 werd door de Dienst voor Hydrologisch Onderzoek (DiHO) van het toenmalig nationaal Ministerie van Openbare Werken aan het Laboratorium voor Hydrologie en Cultuurtechniek van de Universiteit Gent de opdracht gegeven een wiskundig voorspellingsmodel van wasdebieten op de Belgische Maas te ontwikkelen. In mei 1990 werd dit ware-tijd voorspellingsmodel op de computers van DiHO te Brussel geïmplementeerd. Sedertdien wordt het model gebruikt voor het voorspellen van hoogwatergebeurtenissen ter hoogte van de belangrijkste steden langs de Belgische Maas (Namen, Luik, Maaseik,...) en voor de belangrijkste zijrivieren (Lesse, Ourthe,...).

De ontwikkeling van het voorspellingsmodel gebeurde in drie fasen. In een eerste fase werden voor de meeste zijrivieren van de Belgische Maas neerslag-afvoer modellen afgeijkt en getest. Deze hydrologische modellen zijn in staat, uitgaande van de ware-tijd meting van neerslag en afvoer in een gegeven stroomgebied, een voorspelling

van de afvoer ter hoogte van de monding van de zijrivier in de Maas te berekenen. Het verband tussen de neerslag en de afvoer van een deelstroomgebied wordt beschreven met behulp van stochastische transfer functie modellen. Tijdens de tweede fase van de ontwikkeling van het voorspellingsmodel werd de loop van de Maas tussen Chooz (grens met Frankrijk) en Maaseik (grens met Nederland) beschreven met behulp van een één-dimensionaal hydraulisch flood-routing model. Er werd gebruik gemaakt van een vertakt model zodat een gedeelte van de loop van de Sambre (tussen Mornimont en Namen) ook in rekening kan gebracht worden. De implementatie van het voorspellingsmodel op de centrale computer van DiHO gebeurde tijdens de derde fase.

Deze computer staat in verbinding met het telemetrisch netwerk dat hydrologische en meteorologische informatie omtrent het stroomgebied van de Maas verzamelt in ware tijd. Deze informatie wordt door het mathematisch model gebruikt voor het berekenen van korte-termijn voorspellingen (12

uur) van de afvoer van de Maas en haar zijrivieren.

In een reeks van drie bijdragen worden de theoretische achtergronden en off-line en on-line resultaten van het voorspellingsmodel besproken. In deze bijdrage behandelen we de neerslag-afvoer modellen. Het dynamisch gedrag van de relatie tussen de neerslag en de afvoer voor een gegeven deelstroomgebied kan beschreven worden d.m.v. stochastische transfer functie modellen. Deze modellen vertegenwoordigen een klasse van lineaire black-box modellen en worden met veel succes toegepast in allerlei domeinen. Speciale aandacht dient te worden besteed aan de bepaling van de structuur van het model. Het afijken van de modellen geschiedde aan de hand van een eerste reeks van historische hoogwatergebeurtenissen. Het testen van het off-line gedrag van de geïdentificeerde transfer functie modellen gebeurde door gebruik te maken van een andere historische reeks van hoogwatergebeurtenissen. Teneinde de voorspellingskracht van deze lineaire mo-

dellen te verbeteren werd een robuuste on-line identificatie techniek ontwikkeld, zodanig dat de dynamische karakteristieken van de modellen in ware tijd kunnen aangepast worden aan het zich wijzigend hydrologisch gedrag van de deelstroomgebieden.

## 2. STOCHASTISCHE TRANSFER FUNCTIE MODELLEN

De hydrologische processen die van belang zijn voor de omzetting van neerslag naar afvoer in een gegeven stroomgebied worden hier benaderd d.m.v. de lineaire stochastische systeemtheorie. Een lineair stochastisch systeem kan (in het discrete tijdsdomein) in zijn meest algemene vorm beschreven worden via volgende differentievergelijking:

$$y_k = z^{-d} \frac{B(z^{-1})}{A(z^{-1})} u_k + \frac{D(z^{-1})}{C(z^{-1})} e_k \quad (1)$$

$$= -a_1 y_{k-1} - \dots - a_{n_a} y_{k-n_a} + b_0 u_{k-d} + b_1 u_{k-1-d} + \dots + b_{n_b} u_{k-n_b-d} + n_k$$

$$n_k = -c_1 n_{k-1} - \dots - c_{n_c} n_{k-n_c} + e_k + d_1 e_{k-1} + \dots + d_{n_d} e_{k-n_d}$$

waarin:

$y_k$  : systeemuitgang op tijdstip  $k$  (bv. debiet)

$u_k$  : systeemingang op tijdstip  $k$  (bv. neerslag)

$e_k$  : ongecorrleerd signaal met gemiddelde waarde 0 (witte ruis)  
 $n_k$  : gecorrleerd signaal met gemiddelde waarde 0 (gekleurde ruis)  
 $z^{-1}$  : achterwaartse schuifoperator ( $z^{-1} u_k = u_{k-1}$ )  
 $d$  : dode tijd  
 $A(z^{-1})$  : polynoom van  $n_a$  orde in  $z^{-1}$   
 $B(z^{-1})$  : polynoom van  $n_b$  orde in  $z^{-1}$   
 $C(z^{-1})$  : polynoom van  $n_c$  orde in  $z^{-1}$   
 $D(z^{-1})$  : polynoom van  $n_d$  orde in  $z^{-1}$

Vergelijking (1) wordt een stochastisch transfer functie model of een transfer functie ruis (TFR) model genoemd (Box en Jenkins, 1970). De keuze van deze systeemvoorstelling is aantrekkelijk vermits er een wiskundig efficiënte manier bestaat om de structuur (de orde van de polynomen) en de

parameters van vergelijking (1) uitgaande van metingen van de ingang en de uitgang te berekenen. De identificatie van meer fysisch-gefundeerde hydrologische modellen is vaak niet zo trivaal en behoeft de kennis

van andere dan hydrometrische informatie (zoals bvb. de eigenschappen en vochttoestand van de bodems) die niet steeds voorradig is. De toevoeging van een ruisterm zorgt ervoor dat met eventuele storingen en fouten in de meting van de ingang- en uitgangssignalen wordt rekening gehouden. Vergelijking (1) vormt dan de basis van een robuust ware-tijds voorspellingsalgoritme. De voorspellingshorizont is afhankelijk van de dode tijd  $d$  en wordt beïnvloed door de dynamische eigenschappen van het beschouwde stroomgebied. Tenslotte kan men met behulp van optimale filtertechnieken een on-line identificatie procedure ontwikkelen zodat het model het zich wijzigend gedrag van het bestudeerde systeem kan volgen.

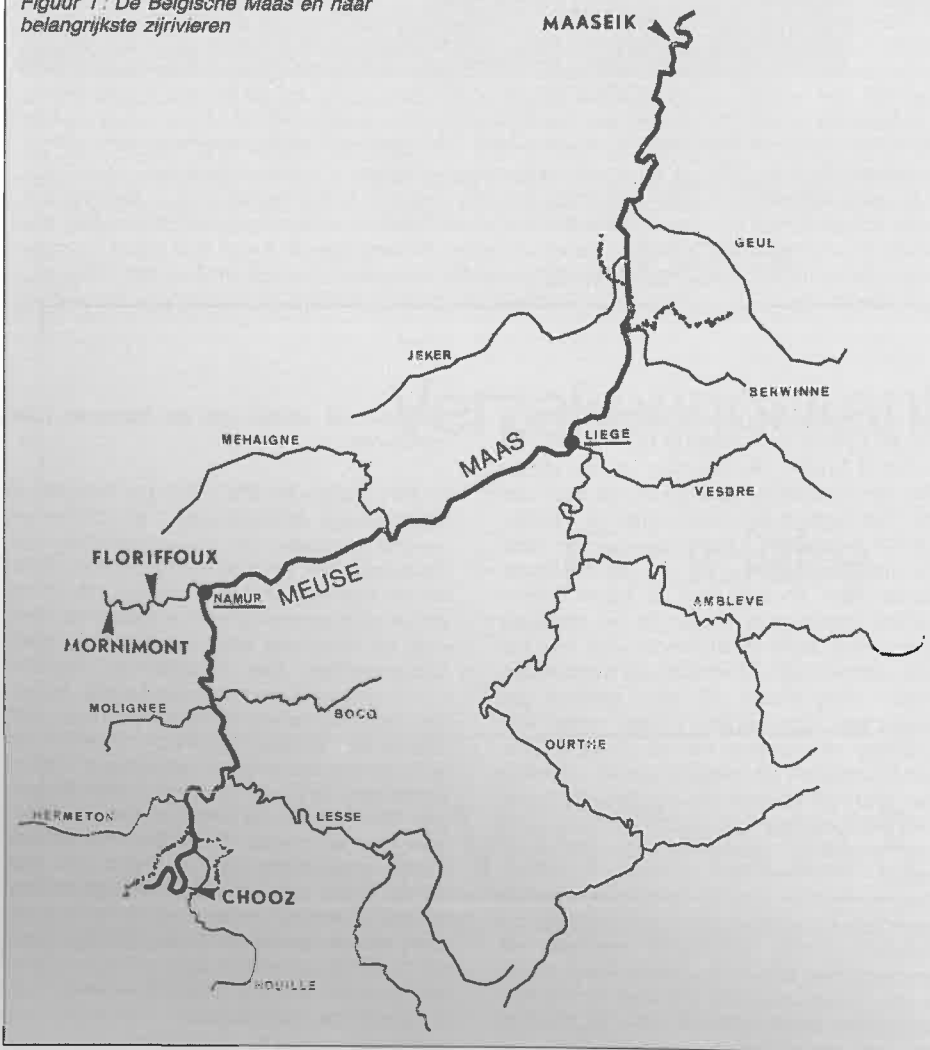
Een nadeel van transfer functie modellen is dat de parameters geen directe fysische betekenis hebben zodat deze modelleringstechniek niet bruikbaar is voor onbemeten stroomgebieden. Dank zij het uitgebreide hydrometrische netwerk in teletransmissie, beheerd door DIHO, is het echter mogelijk voor de meeste zijrivieren van de Belgische Maas dergelijke modellen te identificeren en in ware tijd te gebruiken als basis van het voorspellingsmodel.

## 3. IDENTIFICATIE VAN HET NEERSLAG - AFVOER VERBAND

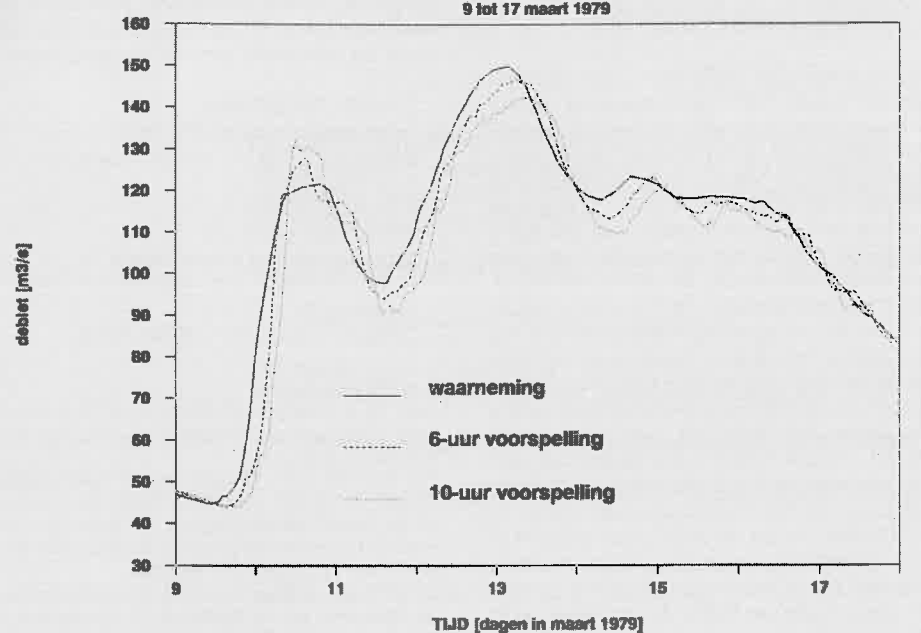
Voor eenvoudige lineaire systemen, zoals een lineair reservoir of een veer-demper systeem, kan de orde van de polynomen  $A(z^{-1})$  en  $B(z^{-1})$  in (1) uit fysische overwegingen afgeleid worden. Voor complexe systemen zoals een stroomgebied, waar het lineair systeemgedrag slechts een benadering is van de werkelijkheid, is een dergelijke werkwijze uitgesloten. In dit geval moet men zijn toevlucht nemen tot structuur-karakterisatiemethoden die uitgaan van de metingen van ingangs- en uitgangssignalen. Een dergelijke methode is de correlatie-analyse. De correlatie-analyse bestaat erin de kruiscorrelatiefunctie tussen het ingangssignaal en het uitgangssignaal te schatten. Men kan bewijzen (zie bv. De Troch et al. 1988) dat wanneer het ingangssignaal een witte ruis signaal is, de geschatte kruiscorrelatiefunctie recht evenredig is met de impuls respons functie  $z^{-d} B(z^{-1})/A(z^{-1})$ . De gewenste witte ruis eigenschappen van het ingangssignaal (in ons geval de neerslag) kunnen bekomen worden door toepassing van een invers kleuringsfilter (zie Troch et al. 1988).

Box en Jenkins (1970) beschrijven een methode om de orde van de polynomen  $A(z^{-1})$  en  $B(z^{-1})$  en de dode tijd  $d$  af te leiden uit de geschatte kruiscorrelatiefunctie. Deze methode steunt echter op een subjectieve interpretatie van de kruiscorrelatiefunctie. Daarom werden statistisch meer efficiënte structuurkarakterisatiemethoden ontwikkeld (Spriet, 1985). Eén van deze methoden, namelijk de Bayesian Information Criterion (BIC) test, houdt zowel rekening met de variantie van de voorspellingsfout als met de complexiteit van de modelstructuur. De BIC test werd daarom gekozen voor de verdere verfijning van de modelstructuur. Een nadeel van deze procedure is dat de parameters van elk kandidaat model dienen berekend te worden, waardoor de methode

Figuur 1: De Belgische Maas en haar belangrijkste zijrivieren



Figuur 2: 6 uur en 10 uur voorspelling van het hoogwater van maart 1979 op de Ourthe te Hamoir



vrij lange rekentijden vergt.

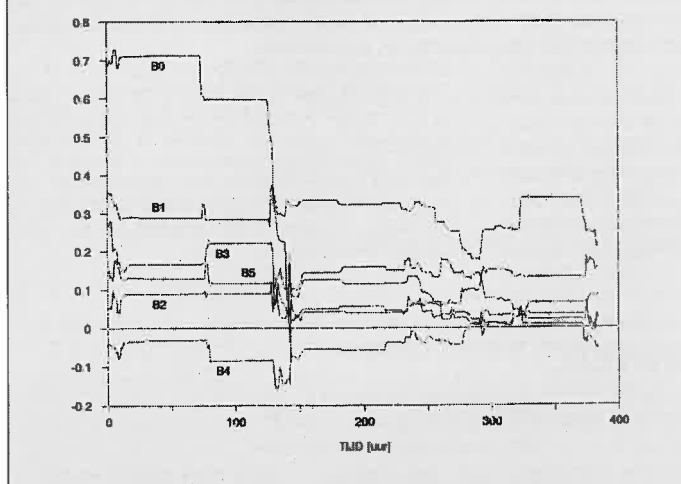
De parameters in vergelijking (1) worden geschat m.b.v. de recursieve Instrumental Variable - Approximate Maximum Likelihood methode (Young, 1984). Young (1984) toont aan dat deze parameterschattingmethode convergeert in kwadratisch gemiddelde zin, zodat deze identificatieprocedure praktisch bruikbaar is.

Voor de volgende deelstroomgebieden van de Belgische Maas werden neerslag-afvoer modellen volgens de hierboven beschreven methodologie ontwikkeld: de Houille, Hermeton, Lesse, Molinee, Bocq, Méhaigne, Hoyoux, Ourthe, Amblève, Vesder, Berwinne en de Jeker.

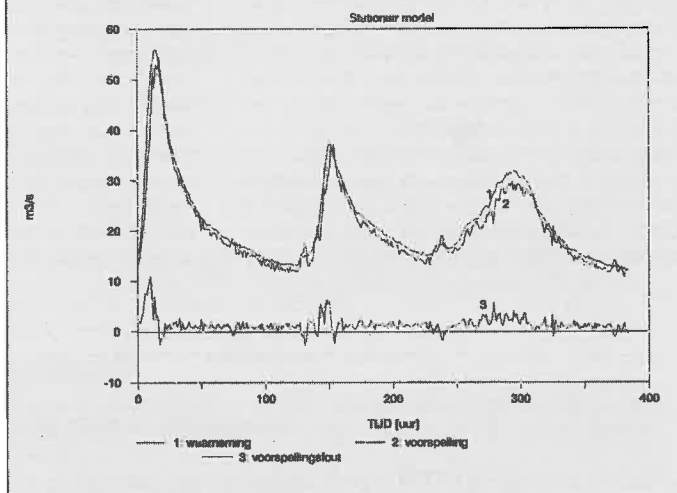
#### 4. OFF-LINE VOORSPELLINGSRESULTATEN

Figuur 2 geeft de 6 uur en 10 uur voorspelling voor een hoogwatergebeurtenis (maart 1979) op de Ourthe op basis van het geïdentificeerde transfer functieruismodel. Merken we op dat het stochastisch neerslag-afvoer model in staat is het tijdstip van de eerste piek vrij nauwkeurig te voorspellen, maar dat de corresponderende maximale afvoer

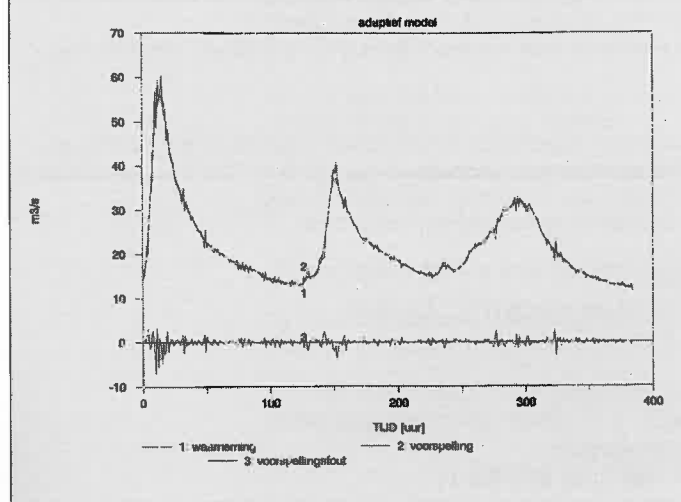
Figuur 3: Variaties van de parameters van de B-polynoom tijdens de voorspelling van een hoogwater op de Vesder te Chaudfontaine met behulp van het adaptief neerslag-afvoer model



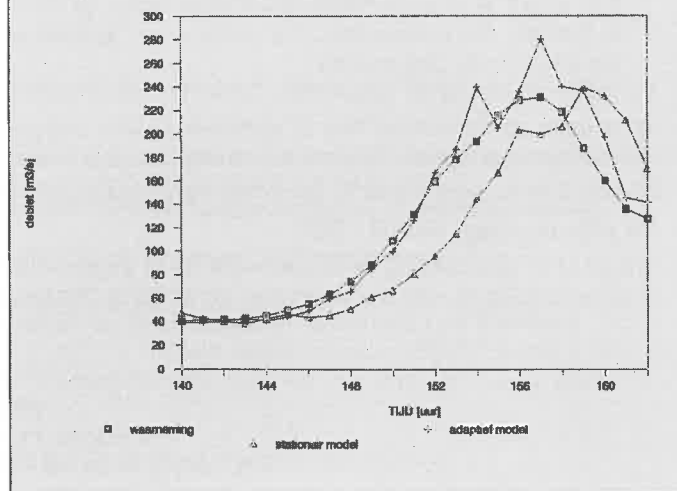
Figuur 4: 4 uur voorspelling van een hoogwater op de Vesder te Chaudfontaine met behulp van het stationaire neerslag-afvoer model



Figuur 5: 4 uur voorspelling van een hoogwater op de Vesder te Chaudfontaine met behulp van het adaptief neerslag-afvoer model



Figuur 6: Vergelijking van de voorspellingsresultaten tussen het stationaire en het adaptieve model tijdens de stijgende tak van het afvoer hydrogram (Vesder te Chaudfontaine).



overschat wordt met 5 à 10% (afhankelijk van de voorspellingstijd). Ook het tijdstip van de tweede piek wordt vrij nauwkeurig voorspeld, maar nu wordt de corresponderende maximale afvoer onderschat. Aangezien de geschatte dode tijd van de Ourthe te Hamoir ongeveer 6 uur bedraagt werd voor het berekenen van de 10 uur voorspelling een neerslagscenario aangenomen: hier werd een lineaire toename (of afname) van de momentane neerslagintensiteit naar de gemiddelde historische neerslagintensiteit aangenomen. Een beperking van de stationaire transfer functie modellen is dat de stijgende tak van het afvoerhydrogram over het algemeen te laat voorspeld wordt: het voorspelde hydrogram is verschoven in de tijd t.o.v. het waargenomen hydrogram tijdens de stijgende tak.

## 5. ADAPTIEVE TRANSFER FUNCTIE MODELLEN

Teneinde de tekortkomingen van stationaire transfer functiemodellen tijdens de on-line werking van het voorspellingsmodel te verhelpen werd een robuuste adaptieve identificatie techniek ontwikkeld (Troch et al. 1991). De filosofie is de volgende: de omzetting van neerslag naar afvoer in een stroomgebied is een functie van o.a. de vochttoestand van het stroomgebied en dus veranderlijk in de tijd. Het proces kan dus, in principe, beter beschreven worden door middel van tijdsvariante modellen. Indien we de mogelijkheid bieden aan de parameters zich aan te passen overeenkomstig het wijzigend dynamisch gedrag van het systeem, dan moeten nauwkeuriger voorspellingen bekomen worden. Als de parameters van het transfer functiemodel gegroepeerd worden in een parametervector  $\theta_k$  dan kunnen we de variatie van deze vector in de tijd

beschrijven via volgend random walk model:

$$\theta_{k+1} = \theta_k + q_k$$

met  $q_k$  een witte ruis vector. Door een geschikte keuze van de statistische eigenschappen van deze witte ruis vector en door aanpassing van de algoritmen van de parameterschatting bekomt men een adaptieve identificatie procedure. Figuur 3 toont de variatie van de parameters van de  $B(z^{-1})$  polygoon tijdens het voorspellen van een hoogwatergebeurtenis op de Vesder m.b.v. het adaptieve transfer functiemodel. Figuur 4 toont de voorspellingsresultaten met het stationaire model en figuur 5 geeft de resultaten van het adaptieve model. Gedurende de gehele periode van de bui worden betere resultaten bekomen met het tijdsvariante model. Figuur 6 toont een detail van een afvoerhydrogram voor de Vesder tijdens de stijgende tak. De beperkingen van stationaire transfer functie modellen, namelijk het te laat voorspellen van de stijgende tak, kunnen met de adaptieve identificatie procedure, zoals blijkt uit figuur 6, verholpen worden.

## 6. BESLUIT

Dit artikel vormt het eerste deel van een reeks van drie bijdragen waarin de theoretische achtergronden en on-line resultaten bekomen met het ware-tijds voorspellingsmodel van wasdebieten op de Belgische Maas beschreven worden. In dit eerste deel behandelen we de afijking en off-line resultaten van de gebruikte stochastische transfer functie modellen. De on-line werking van deze klasse van lineaire modellen kan worden verbeterd door middel van een adaptief identificatiealgoritme. Hierdoor worden de

parameters van het model in ware tijd afgesteld zodat de modellen beter het veranderlijk gedrag van de deelstroomgebieden kunnen beschrijven. Dit verhoogt in aanzienlijke mate de efficiëntie van de voorspellingen.

D. VAN ERDEGHEM,  
ingenieursbureau SORESMA  
Britselei 23 bus 1 - 2000 Antwerpen  
P.A. TROCH,  
F.P. DE TROCH  
Universiteit Gent  
Laboratorium voor Hydrologie  
Cultuurtechniek en Agrarische Water-  
bouwkunde  
Coupure Links 653 - 9000 Gent

## 7. REFERENTIES

- BOX, G. & JENKINS, G. (1970). Time Series Analysis: Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco, 533 p.
- DE TROCH, F.P., TROCH, P.A. & VAN ERDEGHEM, D. (1988). Real-Time Flood Forecasting on the River Meuse, Belgium, In: Economic Aspects of Flood Control and Non-Structural Measures, ICID, Dubrovnik, pp. 250-261.
- SPRIET, J.A. (1985). Structure Characterization: an Overview, In: H. Barker & P. Young (Eds.), Identification and System Parameter Estimation, 7th IFAC Symp., Pergamon Press, Oxford, pp. 749-756.
- TROCH, P.A., SPRIET, J.A. & DE TROCH, F.P. (1988). A Methodology for Real-Time Flood Forecasting Using Stochastic Rainfall-Runoff Modelling, In: D. Ouazar et al. (Eds.), Computer Methods and Water Resources - Computational Hydrology, pp. 243-255.
- TROCH, P.A., DE TROCH, F.P. & VAN HYFTE, J. (1991). Modelling the Time Dependent Nature of the Rainfall-Runoff Relationship Using On-line Identification, In: I.D. Cluckie & C.G. Collier (Eds.), Hydrological Applications of Weather Radar, Ellis Horwood, New York, pp. 519-530.
- YOUNG, P. (1984). Recursive Estimation and Time Series Analysis - An Introduction, Springer-Verlag, Berlin, 300 p.

## Studieprijs WATER

Academiejaar 1991-1992 - Ingesteld door WEL v.z.w.

De studieprijs **WATER** wordt uitgereikt als bekroning voor het beste afstudeerwerk dat verband houdt met water in de ruimst mogelijke zin, d.w.z.:

1. Waterzuivering, produktie van drinkwater en industrieel proceswater (pompen, opslaan, behandelen, kwaliteit). Men kan denken aan de mogelijkheden om de oorzaken van waterverontreiniging in de industriële processen op te sporen en te elimineren, aan de vervanging van erg vervuilde of vervuulende grondstoffen door andere, aan de noodzaak om ook voor het huishoudelijke afvalwater meer op de natuurgerichte mogelijkheden te bestuderen.
2. Waterweg als transportmodus (kalibreren, kanaliseren, met inbegrip van stuwen en sluizen, dijken, vloedkering, spaarbekkens, potpolders).
3. Water in landbouw (draineren, bevloeden en irrigeren).

Voor deze studieprijs komen in aanmerking alle laatstejaarsstudenten academisch/industrieel ingenieur en licentiaat, ingeschreven aan een Belgische nederlndstalige instelling, erkend door de overheid.

Uitgebreide folders gratis te bekomen op onderstaand adres.

De prijs bedraagt 50.000,- BEF.

Wenst U in aanmerking te komen voor deze studieprijs zendt dan:

- vijf exemplaren van Uw werk met vermelding 'Afstudeerwerk voor de studieprijs WATER'
- een synthese van maximaal vijf pagina's in de Nederlandse taal
- een ingevuld inschrijvingsformulier aan:

WEL v.z.w.  
Kipdorp 11, 2000 Antwerpen  
Tel. (03) 231 64 48 - BP 56 - Fax (03) 475 03 11